2–2 自然界の 4 つの基本力

≪ この項で学ぶこと ≫
[**重力の法則，クーロンの法則，古典力学の適用限界，強い力と弱い力**]

★ 重力の法則

8

ニュートンは，太陽のまわりを惑星が公転し続ける原因は惑星と太陽間で引力として働く相互作用が存在するためであると考えて，力 f について次の形を見出した．

質量 m_{A},m_{B} の 2 粒子 A，B 間の距離を r としたとき，

$$f = -G\frac{m_{\mathrm{A}}m_{\mathrm{B}}}{r^2} \tag{2.19}$$

「重力の大きさは，2 粒子の質量の積に比例し，それらの距離の 2 乗に反比例する．重力の向きはたがいに他を引き合うように働く．」
これをニュートンの**重力の法則**と言う．比例定数 G を**重力定数**と呼ぶ．G の値は，今，粒子と見なしている 2 物体がどんな物体かということには無関係に定まっていて，これを有効数字 3 桁の精度で示すと，

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2/kg^2} \tag{2.20}$$

となる．(2.19) 式にマイナスの符号が付いている意味は，一方の粒子（例えば B）を原点 O にとり他方の粒子（例の場合は A）に向かう x 座標の正の向きを考えたとき，位置 $x = r$ にある粒子（A）に作用する力は x 軸の負の向きとなるからである．
例 1 ともに，質量 1.00 t$(= 1.00 \times 10^3$ kg) の乗用車の質量中心間の距離が 4.00 m に接近したとき，2 つの乗用車間に働く引力の大きさは，何 N くらいであろうか．この作用によって，一方の乗用車が得る加速度は無視できない大きさとなるだろうか．ただし，重力定数は (2.20) の値を用いる．

[8] 万有引力という用語は使わない．万有引力と重力を使い分けたりして，かえって重力自体の理解を混乱させている傾向を避けるためである．

(2.19) 式に，$m_1 = m_2 = 1.00 \times 10^3$kg，$r = 4.00$ m を代入する．ここでは力の大きさ $|f|$ のみを問題にしよう．

$$|f| = 6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2} \frac{(1.00 \times 10^3 \mathrm{kg})^2}{(4.00\ \mathrm{m})^2}$$

ここでは，数値計算の手順も勉強しよう．あらゆる物理量は (**ファクター**)×(**オーダー**)(**単位**) から成り立っている．ファクターと言うのは 1 の位から始めて，残りの有効数字を小数として並べた数値部分．オーダーは「大きさの程度」という意味で，10^n，　(n：整数) の形とする．これに単位を付すのである．数値計算も，この 3 つに分けて実行すれば誤りが少なくなる．

① 単位：演算の組み合わせが，正しく並んでいるかどうかのチェックにもなる．

$$\frac{(\mathrm{N \cdot m^2/kg^2}) \cdot \mathrm{kg}^2}{\mathrm{m}^2} = \mathrm{N}$$

② オーダー：ファクター部分の計算からくり上がり，くり下がりの可能性もある．

$$10^{-11} \cdot 10\ 3 \cdot 2 = 10^{-11+6} = 10^{-5}$$

③ ファクター：ここでは，計算の最後に有効数字 4 桁目は 4 捨 5 入する．

$$\frac{6.67 \cdot 1.00^2}{4.00^2} = 0.4168 \cdots \approx 4.17 \times 10^{-1}$$

故に，

$$|f| = 4.17 \times 10^{-1} \cdot 10^{-5}\ \mathrm{N} = \underline{\underline{4.17 \times 10^{-6}\ \mathrm{N}}}$$

さらに，加速度の大きさ $|a|$ は，運動方程式 $ma = f$ より，

$$|a| = \frac{|f|}{m} = \frac{4.168 \times 10^{-6}\ \mathrm{N}}{1.00 \times 10^3\ \mathrm{kg}} \approx \underline{\underline{4.17 \times 10^{-9}\ \mathrm{m/s^2}}}$$

（数値計算は，同じように実行する．）すなわち，t =1 s 間に at =0.000000004 m/s 程度しか速度の変化はなく，$\dfrac{1}{2}at^2$ =0.000000002 m 程度しか，乗用車の変位に関係しない．一方，このこでは，距離を 4.00 m というように，これよりも，1 千万分の 1 も小さい桁まではとても問題にすることは，できないのである．ここで分かることは，重力とはとても小さな力であるということである．

しかし，自然界には天体という質量のとても大きなものも存在する．

例 2 地球質量 $m = 5.97 \times 10\ 24$ kg，太陽質量 $M = 1.99 \times 10^{30}$ kg，地球・太陽間の平均距離 $r = 1.50 \times 10^{11}$ m であることから，地球・太陽間の引力の大きさは何 N か．また，地球の公転を等速円運動と見なせるとすると，公転周期は何 s か．

$$|f| = G\frac{mM}{r^2}$$

$$= 6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2} \frac{5.97 \times 10^{24}\mathrm{kg} \cdot 1.99 \times 10^{30}\mathrm{kg}}{(1.50 \times 10^{11}\ \mathrm{m})^2}$$

① 単位：$\boxed{\text{例 1}}$と同じ N.

② オーダー：$10^{-11}\dfrac{10^{24} \cdot 10^{30}}{10^{11 \cdot 2}} = 10^{-11+24+30-22} = 10^{21}$

③ ファクター：$6.67\dfrac{5.97 \cdot 1.99}{1.50^2} = 35.21 \approx 3.52 \times 10$

故に，

$$|f| = 3.52 \times 10 \cdot 10^{21}\ \mathrm{N} = \underline{\underline{3.52 \times 10^{22}\ \mathrm{N}}}$$

これが，地球の太陽のまわりの公転の原因となっている．1–1 $\boxed{\text{例 5}}$ で，等速円運動の加速度について学んだ．これを用いて，地球の運動方程式の地球から太陽向きの成分の式を立てると，

$$m\frac{v^2}{r} = G\frac{mM}{r^2}$$

ただし，v は地球の公転の速さで，上式を v について解くと，

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

したがって，公転周期 T は，

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi r\sqrt{\frac{GM}{r}} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

この結果，すなわち，$T \propto r^{\frac{3}{2}}$，あるいは，$T^2 \propto r^3$ は，

「惑星の軌道を一周するにようする時間の 2 乗は，惑星が運行する楕円の長半径の 3 乗に比例する.」

という，**ケプラーの惑星の運行に関する第 3 法則**を，円軌道の場合に証明したことことになる．

公転周期 T について，数値計算を実行すると，

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(1.50 \times 10^{11}\ \mathrm{m})^3}{6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2} \cdot 1.99 \times 10^{30}\mathrm{kg}}}$$

① 単位：$\sqrt{\dfrac{\mathrm{m^3}}{(\mathrm{N \cdot m^2/kg^2}) \cdot \mathrm{kg}}} = \sqrt{\dfrac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{N}}} = \sqrt{\dfrac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{kg \cdot m/s^2}}} = \mathrm{s}$

② オーダー：$\sqrt{10^{11 \cdot 3}10^{-11} \cdot 10^{30}} = 10^{\frac{33+11-30}{2}} = 10^7$

③ ファクター：$2\pi\sqrt{\dfrac{1.50^3}{6.67 \cdot 1.99}} = 2\pi\sqrt{0.2542} = 1.003\pi \approx 3.15$

故に，

$$T = \underline{\underline{3.15 \times 10^7\ \mathrm{s}}}$$

もちろん，この値は 1 年を s の単位に直したものである．ここで，単位の換算について，先へ行ってもっと見慣れていない単位を取り扱うことの準備のために，正式なやり方を学んでおこう．

$$\mathbf{1\ 年 = 365\ 日, 1\ 日 = 24\ h, 1\ h = 60\ s}$$

[9]第 1 式目，第 2 式目，第 3 式目の両辺を，それぞれ単位，365 日，24 h，60 s で割る．

$$\mathbf{\frac{1}{365}年/日 = 1,\quad \frac{1}{24}日/h = 1,\quad \frac{1}{60}\ h/min = 1,\quad \frac{1}{60}\ min/s = 1}$$

等式に 1 を掛けてもその値は変わらないから，

$$T = 3.15 \times 10^7\ \mathrm{s} \times 1 = 3.15 \times \frac{1}{365} \times \frac{1}{24} \times \frac{1}{60} \times \frac{1}{60}\ \mathrm{s} \cdot 年/日 \cdot 日/\mathrm{h} \cdot \mathrm{h/min} \cdot \mathrm{min/s}$$

$$= 0.9988\ 年 \approx \underline{\underline{9.99 \times 10^{-1} 年}}$$

ほぼ良い値であろう．

さて，地球の円軌道の中心は正確には太陽ではなく，地球と太陽の系の質量中心である．太陽の中心からこの質量中心までの距離を x とおくと，

$$x = \frac{m}{m+M} r = \frac{\frac{m}{M}}{1+\frac{m}{M}} r$$

ところが，

$$\frac{m}{M} = \frac{5.97 \times 10^{24}\mathrm{kg}}{1.99 \times 10^{30}\mathrm{kg}} = 3.00 \times 10^{-6}$$

であるから，$x \approx 0$，つまり，質量中心と太陽の中心は，有効数字 3 桁の範囲では差が生じない．またこの事情は，太陽と他の惑星の場合にも変わらない．

この例のような，一方の質量 M が非常に大きく，ほぼ静止していると見なせる場合には，この粒子の位置を原点 O として，(2.17) 式を用いて重力のポテンシャルが求められる．(2.17) の式中の x を r と置き換えて，(2.19) 式を代入して計算する．

$$U(r) = -\int_{r_\mathrm{S}}^{r} \left(-G\frac{mM}{r^2}\right) dr = GmM \int_{r_\mathrm{S}}^{r} r^{-2} dr = GmM \left[-r^{-1}\right]_{r_\mathrm{S}}^{r} = -G\frac{mM}{r} + G\frac{mM}{r_\mathrm{S}}$$

[9]地球の公転，自転についての詳しい数値については，今は問題としない．

ここで，$r_S \to \infty$ の極限をとると，$G\dfrac{mM}{r_S} \to 0$ となるので，**重力のポテンシャルの基準点**を $r \to \infty$， すなわち，質量 M の粒子から十分遠方に選ぶと，**重力のポテンシャル**は，

$$U(r) = -G\frac{mM}{r} \tag{2.21}$$

問 1 月の地球をまわる周期は 2.36×10^6 s とする．この周期は何日に当たるか．また，月と地球間の距離は 3.84×10^8 m である．重力定数の値を用いて月の質量を求めよ．[10]

例 3 地表付近の，質量 1.00 kg の物体に働く地球の引力は何 N か．ただし，地球の平均半径を 6.37×10^6 m とする．

$$|f| = 6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}\frac{1.00\ \mathrm{kg} \cdot 5.97 \times 10^24\mathrm{kg}}{(6.37 \times 10^6\ \mathrm{m})^2}$$

① 単位： N.
② オーダー：$10^{-11}\dfrac{10^{24}}{10^{6\cdot 2}} = 10^{-11+24-12} = 10$
③ ファクター：$6.67\dfrac{1.00 \cdot 5.97}{6.37^2} = 0.9813 \approx 9.81 \times 10^{-1}$
故に，

$$|f| = 9.81 \times 10^{-1} \cdot 10\ \mathrm{N} = \underline{\underline{9.81\ \mathrm{N}}}$$

この計算から，
「地表付近の物体に働く地球からの引力は，物体の質量に比例する.」
この力を「**地上の重力**」と呼ぶことにしよう．比例定数，すなわち，物体 1 kg 当たりの重力を**重力加速度**と言い，g で表す．地球質量を M，地球半径を R とおくと，

$$|f| = mg$$

$$g = G\frac{M}{R^2} = 9.81\ \mathrm{m/s^2} \tag{2.22}$$

である．

鉛直下向きに，座標の正方向をとり，地上付近の粒子の質量を m，加速度を a とすると，この粒子についての運動方程式は，

$$ma = mg$$

だから，$a = g$ となり，g は地上付近での，粒子の落下の加速度に等しい．

地表の重力のポテンシャルは，基準点を無限遠にとるよりも，地表にとった方が便利である．(2.x) 式で， $r = R + x$， $r_S = R$ を代入すると，

$$U(x) = -G\frac{mM}{R+x} + G\frac{mM}{R} = GmM\frac{x}{R(R+x)} = GmM\frac{x}{R^2\left(1+\frac{x}{R}\right)}$$

[10]問 1 の答：27.3 日，7.35 ×10^{22} kg

ここで，

$$x \ll R, \quad \frac{x}{R} \sim 0$$

の場合とすると，

$$U(x) \approx mG\frac{M}{R^2}x = mgx \tag{2.23}$$

問 2 鉛の原子 1 個の質量は 3.44×10^{-25} kg である．地表付近で，鉛の原子に働く地球の引力は何 N か．[11]

原子など，ミクロ（微視的）な世界では，対象としている物体に作用する地上の重力はあまりにも小さすぎて問題とならない．まして，原子間に働く重力などは，さらに微小となるので，無視してよい．

★ クーロンの法則

電荷が正負 2 種類あるという事実を，はっきりした形で式に表したのがクーロンである．電荷[12]を帯びた物体間に作用する力を**静電気力**と言う．特に「静」とつけて呼ぶのには，理由がある．先へ行って，単元 II–3–2 で習うが，もし，電荷が静止していないで速度を持つ場合には，電気的な力と磁気的な力は組み合わせて取り扱なければばならなくなるからである．電荷 $q_{\mathrm{A}}, q_{\mathrm{B}}$ の 2 粒子 A，B 間の距離を r としたとき，

$$f = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_{\mathrm{A}}q_{\mathrm{B}}}{r^2} \tag{2.24}$$

「静電気力の大きさは，2 粒子の電荷の積に比例し，それらの距離の 2 乗に反比例する．静電気力の向きは，2 つの電荷が同符号の場合にはたがいに他を反発するように，電荷が異符号の場合にはたがいに他を引き合うように働く.」

これを，静電気力の**クーロンの法則**と言う．ϵ_0 を**真空の誘電率**と呼ぶ．比例定数を $\dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}$ のようにやや複雑な形で書いておく意味は，単元 II へ行って判明する．比例定数の値を有効数字 3 桁の精度で示すと，

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{C}^2 \tag{2.25}$$

静電気力の大きさは，粒子間に存在し，力を伝える働きをする空間が，真空ではなく何かの物質（電荷自体を移動させない物質）で満たされている場合には，より小さくなる．その場合には，(2.24) 式の ϵ_0 をその**物質の誘電率** ϵ,($\epsilon > \epsilon_0$) で置き換える必要がある．

---

[11] 問 2 の答：3.37×10^{-24} kg

[12] 電荷の量を「電気量」と呼ぶというような，用語を増やすのは止める．

一方の粒子（例えば B）を原点 O にとり他方の粒子（例の場合は A）に向かう x 座標の正の向きを考えたとき，位置 $x = r$ にある粒子（A）に作用する力は，$q_{\rm A}q_{\rm B} > 0$ つまり，2 つの電荷が，プラスとプラス，あるいは，マイナスとマイナスというように同符号の場合には x 軸の正の向きとなり斥力となる．また，$q_{\rm A}q_{\rm B} < 0$ つまり，2 つの電荷がプラスとマイナスというように異同符号の場合には x 軸の負の向きとなり引力となる．

例 4 +1 C と -1 C の 2 つの荷電粒子間に働く静電気力が，1 kg の物体に働く地上の重力とほぼ同じ大きさとなるのは，2 粒子間の距離がどのくらい離れているときか．有効数字 1 桁の概算でよい．

力の大きさは，$|f| = 1\ {\rm kg}\times g \approx 10\ {\rm N}$ でよい．電荷の大きさはともに，$q = 1$ C．$\dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9\times 10^9\ {\rm N\cdot m^2/C^2}$ とする．

$$|f| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{r^2}$$

より，

$$r = q\sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{|f|}}$$

$$= 1\ {\rm C}\sqrt{9\times 10^9\ {\rm N\cdot m^2/C^2}\cdot\frac{1}{10\ {\rm N}}} = \underline{\underline{3\times 10^4\ {\rm m}}}$$

電荷 1 C(クーロン）は，電流 1 A(アンペア）を 1 s 間流して得られる量である．その程度の電荷で引き合う力は室内などに置けば，極めて強い．30 km 先へ離したときはじめて，1 kg の物体を手で持ち上げたとき感じるのと同じ力の大きさとなる．重力に比べて静電気力は極めて大きな力だということが分かるであろう．

問 3 摩擦によって生じる電荷はどのくらいのものか，見積もってみよう．1 g の球を他の物体とこすり合わせてから，この物体の 1 cm 下に置くと，落下せずに浮き上がったままであった．球も物体も粒子と見なせるとし，浮力は考えないとする．また，重力加速度の大きさ g として，$\sqrt{\dfrac{g}{9}} \approx 1\ {\rm m^{\frac{1}{2}}\cdot s^{-1}}$ としてよい．球が帯びた電荷を有効数字 1 桁として求めよ．[13]

例 5 水素の原子核の質量は $M = 1.67\times 10^{-27}$ kg，電荷は $e = +1.60\times 10^{-19}$ C．電子の質量は $m = 9.11\times 10^{-31}$ kg，電荷は $-e = -1.60\times 10^{-19}$ C である．最も安定な水素原子の半径は，$r = 5.29\times 10^{-11}$ m であることから，水素核・電子間の引力の大きさは何 N か．また，電子が水素核の回りを回る運動を等速円運動と見なせるとすると，その周期は何 s か．

$$|f| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r^2}$$

[13]問 3 の答：1×10^{-8} C

$$= 8.99 \times 10^9 \ \mathrm{N \cdot m^2/C^2} \frac{(1.60 \times 10^{-19} \ \mathrm{C})^2}{(5.29 \times 10^{-11} \ \mathrm{m})^2}$$

① 単位：$\dfrac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\dfrac{\mathrm{C^2}}{\mathrm{m^2}} = \mathrm{N}$
② オーダー：$10^{9-19\cdot 2+11\cdot 2} = 10^{-7}$
③ ファクター：$8.99 \cdot \dfrac{1.60^2}{5.29^2} = 0.8224 \cdots \approx 8.22 \times 10^{-1}$
故に，

$$|f| = \underline{\underline{8.22 \times 10^{-8} \ \mathrm{N}}}$$

電子の質量は水素核の質量の

$$\frac{m}{M} = \frac{9.11 \times 10^{-31} \ \mathrm{kg}}{1.67 \times 10^{-27} \ \mathrm{kg}} = 5.46 \times 10^{-4}$$

倍である．水素核は静止していて，これを中心に電子は等速円運動しいるとしてよい．電子の速さを v とすると，円運動の周期は $T = \dfrac{2\pi r}{v}$，したがって，$v = \dfrac{2\pi r}{T}$．円運動の加速度は

$$\frac{v^2}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 \cdot \frac{1}{r} = r\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

電子についての運動方程式（円の中心向き成分）は，

$$mr\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = |f|$$

故に，

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{mr}{|f|}}$$

$$= 2 \cdot 3.14\sqrt{\frac{9.11 \times 10^{-31} \ \mathrm{kg} \cdot 5.29 \times 10^{-11} \ \mathrm{m}}{8.224 \times 10^{-8} \ \mathrm{N}}} = \underline{\underline{1.52 \times 10^{-16} \ \mathrm{s}}}$$

問 4 もし，電子が水素核からの重力によって等速円運動しいるとすると，その周期は数 s 程度か，数分程度か，数時間程度か．[14]

例 5 のような，一方の質量 M が非常に大きく，電荷 Q をもつ粒子はほぼ静止していると見なせる場合には，この粒子の位置を原点 O として，(2.17) 式を用いて静電気力のポテンシャルが求められる．ただし，電荷 q の粒子の座標を $x = r$ とする．この計算は，

[14]問 4 の答：数時間程度．電子の運動がこんなゆっくりでは，いろいろな不都合が起こる．

重力のポテンシャル (2.21) を求めたときと同様である．ただ，(2.21) 式中の $-GmM$ を $\dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}qQ$ に置き換えればよい．

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qQ}{r} \tag{2.26}$$

基準点は 重力のポテンシャルのときと同様に，$r \to \infty$ とする．

[**参考**]

$\boxed{\textbf{例 6}}$ 最も安定な水素原子（半径：$r = 5.29 \times 10^{-11}$ m ）について，電子の力学的エネルギーを求めよ．

電子についての運動方程式：

$$m\frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r^2} \tag{2.27}$$

力学的エネルギーの式は．

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(-e)e}{r} \tag{2.28}$$

(2.27) 式の両辺に $\dfrac{1}{2}r$ を掛けると，

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r}$$

この式を (2.28) 式に代入して数値計算をする．

$$E = \frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{2r}$$

$$= -8.99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2\frac{(1.60 \times 10^{-19}\text{ C})^2}{2 \cdot 5.29 \times 10^{-11}\text{ m}} = \underline{\underline{2.18 \times 10^{-18}\text{ J}}}$$

さて，樹脂の板をこすって紙片を吸い付けることで実感できる「電気力」に対して，磁石でクリップをつり上げることで実感できる「磁気力」も基本力の仲間ではないのか，と言う疑問が当然わいて来るであろう．実は磁気力は電気力と関連して現れる性質の力である．しかし，この点を説明できる準備は単元 II-3 を履修するまでまだできていないのである．こういう事情でここで取る上げた電気力は，あくまで，時間変化が生じでいないので磁気力が誘導されることのない「静電気力」に話を限っている．

[**参考**]

★　古典力学の適用限界

第 1 章 で習ったニュ-トンの運動の 3 法則から始まる力学を「古典力学」と言う．力学を適用して最も調べたい対象が原子によって構成される物質の構造であるが，残念なことに，原子の世界では古典力学の成り立たない．この世界で成り立つ力学は「量子力学」と言い，この力学を把握するための数学的準備は高校の数学カリキュラムには含まれていない．とは言っても，原子や原子核についての基礎知識は，マクロな物質を取り扱う物理や化学にとっても必要である．この部分に関しては,「近代科学史」の単元で論理の流れを理解するようにして欲しい．原子について，暫定的に古典力学を適用してみた計算例が，$\boxed{\text{例 5}}$，$\boxed{\text{例 6}}$ である．得られた結果は量子力学の計算にようものとほぼ一致するので信用できるが，最大の難点はここで用いた「最も安定な水素原子の半径」$r = 5.29 \times 10^{-11}$ m は古典力学の範囲では論理的に導くことができないということである．何故，他の半径ではなくこの値で，安定なのか．そもそも回転する電子が光を放出してエネルギーを失わずにいられるということを説明することすらできないのである．

古典力学の理論の中には,「ここまでは，古典力学の適用範囲ですよ．ここから先は他の力学を使って下さい.」というような，自らの限界を示すような論理は含まれていない．量子力学の体系の部分集合として古典力学をとらえた場合，量子力学で導入される**プランク定数** h が古典力学の適用限界の指標となっていることが分かる．

$$h = 6.63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$$

という極めて微小な量である．単位 J· s から分かるように，エネルギー E と時間 t の積でこの量を**作用** A と呼ぶ．[15]古典力学の対象にしようとしている物体に，どの程度のエネルギー E をどのくらいの時間 t にわたって与えるか見積もったとしよう．

「**対象としている物体におよぼされる作用　A が，プランク定数 h に比べて十分大きい．すなわち，**

$$A \gg h$$

これが満たされないときは，量子力学によらねばならない．」

$\boxed{\textbf{例 7}}$ 先に計算した最も安定な水素原子中の電子について，$\boxed{\text{例 5}}$，$\boxed{\text{例 6}}$ から，

$$\text{回転周期：} T = 1.52 \times 10^{-16}\ \mathrm{s} \approx 2 \times 10^{-16}\ \mathrm{s},$$

$$\text{力学的エネルギー：} E = 2.18 \times 10^{-18}\ \mathrm{J} \approx 2 \times 10^{-18}\ \mathrm{J}$$

この値と，プランク定数 $h \approx 7 \times 10^{-34}$ J · s とから，

$$A \approx ET \approx 2 \times 10^{-18}\ \mathrm{J} \cdot 2 \times 10^{-16}\ \mathrm{s} = 4 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s} \sim h$$

[15]運動の第 3 法則の「作用・反作用」は,「力」を意味している．用語が重複しているので混乱しないように．

原子は古典力学の適用範囲外であることは，明らかである．

★強い力と弱い力

自然界には重力と静電気力以外に，あと 2 つの基本力が存在する．ただし，これらの力は素粒子間に働く力で，原子核の変換が起こったりしない限り日常世界には影響をおよぼさない．その理由は，強い力も弱い力も力の作用範囲が $r \sim 10^{-15}$ m と非常に狭いことによる．それに反して重力と静電気力は，力の形が r^2 に反比例して，遠方では弱くなるとは言え，その作用範囲はどこまでも続く．次の節 I–2–3 で取り扱うように，ミクロな原子間に働く静電気力がマクロな世界に影響するのはこのためである．既に考察したように，質量の小さい粒子間の重力は静電気力に比べて非常に小さいので，ミクロな世界では問題とならない．それだから「**強い力**」とは,「静電気力より強い力」ということで，また,「**弱い力**」とは,「静電気力より弱い力」ということである．

ここまでの話からこの 2 つの力は，古典力学の適用範囲外にあることは十分予想がつくことである．したがって，ここではどのような場合に働くかという点と，それらの具体的な強さを示すことに話を留めよう．

強い力は，核反応のとき原子核を構成する陽子や中性子の間に働く力であり,「核力」とも呼ばれている．他方，弱い力は原子核が β 崩壊して他の原子核に変換されるとき作用する力である．β とは電子のことである．原子核の中にはもともと電子は存在していないにもかかわらずこのような変換が起こることは，強い力による核反応と異なる機構であることを示すものである．

ここで，自然界の 4 つの基本力の強さの比較をしよう．といっても，この 4 つの力が全く同じ条件で働く状況を設定するのはなかなか難しい．また，大きさの比も議論のやり方によって大幅に変わって来てしまうことを考えにいれておくべきである．比較は強い力と弱い力の形は，他の 2 つと異なり複雑であるので，それぞれの力から切り離すのに必要なエネルギー，あるいは，その力が働いた結果放出されたエネルギーを比較することにする．

【1】重力

2 個の陽子が距離 $r = 1 \times 10^{-15}$ m にある場合としよう．これらの距離を十分遠方に引き離すためのエネルギー E_1 を計算するために，(2.21) 式の重力のポテンシャルを使う．2 個を引き離すためには，重力に対抗する何か他の力でついあいを保ちながら移動させる．一方の陽子の等速度運動を共に動く慣性座標から観測すれば，静止する一方の陽子に対する他方の陽子について (2.21) 式を使うことができる．E_1 は重力のポテンシャルの絶対値分となる．陽子の質量 $m = M = 1.67 \times 10^{-27}$ kg $\approx 2 \times 10^{-27}$ kg とする．$G \approx 7 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$ を用いると，

$$E_1 = \left|-G\frac{mM}{r}\right| \approx 7 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}\frac{(1.67 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg})^2}{1 \times 10^{-15}\ \mathrm{m}} \approx \underline{\underline{3 \times 10^{-49}\ \mathrm{J}}}$$

【2】静電気力

同じく，2 個の陽子が距離 $r = 1 \times 10^{-15}$ m にある場合としよう．これら間には斥力が働くから，両者をつりあいを保ちながら十分遠方に持って行くための対抗力の仕事は負であるが，そのエネルギーの大きさを E_2 とすると，(2.26) 式の値に等しい．陽子の電荷 $q = Q = e = 1.60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C} \approx 2 \times 10^{-19}$ C，$\dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$ を用いる．

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r} \approx 9 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}\frac{(2 \times 10^{-19}\ \mathrm{C})^2}{1 \times 10^{-15}\ \mathrm{m}} \approx \underline{\underline{4 \times 10^{-13}\ \mathrm{J}}}$$

【3】強い力

原子核内の陽子や中性子をすべてばらばらに引き離すためのエネルギーは 1 個当たり平均 $E_3 \approx \underline{\underline{1 \times 10^{-12}\ \mathrm{J}}}$ を要することが知られている．[16]

【4】弱い力

最も質量の小さい原子核の β 崩壊は，陽子の約 3 倍の質量をもつ 3 重水素核という水素核（つまり，陽子）の同位体から α 粒子の同位体であるヘリウム 3 に変換されるときのものであり，その際 $E_4 \approx \underline{\underline{3 \times 10^{-15}\ \mathrm{J}}}$ のエネルギーが放出される．これは，ほぼ，弱い力をエネルギーに表したときの値と考えてよりだろう．

以上の値を，強い力を 1 として大きさの順に比を考えると，[17]

$$1 : \frac{E_2}{E_3} : \frac{E_4}{E_3} : \frac{E_1}{E_3} \approx 1 : \frac{4 \times 10^{-13}\ \mathrm{J}}{1 \times 10^{-12}\ \mathrm{J}} : \frac{3 \times 10^{-15}\ \mathrm{J}}{1 \times 10^{-12}\ \mathrm{J}} : \frac{3 \times 10^{-49}\ \mathrm{J}}{1 \times 10^{-12}\ \mathrm{J}}$$

$$\approx 1 : 10^{-1} : 10^{-3} : 10^{-37}$$

[16] より大きなエネルギーであるから，この値に反応時間掛けた作用 A はプランク定数 h より十分大きくなるのではないか，と思ってしまうかも知れないが，核反応の時間は極めて短いので，原子同様，原子核の世界も古典力学の適用外である．

[17] 結合定数を比べると，もっと差がでるが，ここではその議論はできない．