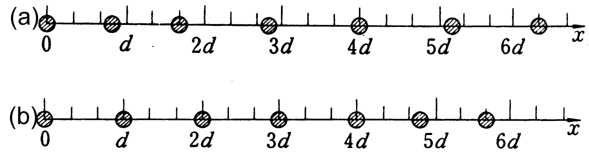
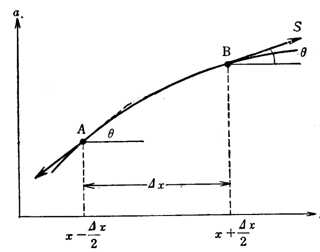
トレーニングB



B1 縦波・調和振動波のパルスがある．この波を伝える連続媒質のかわりに，波のないときには x 軸上の $x=nd$,$(n=0,1,2,3,4,5,6)$ に等間隔で並ぶ粒子で代表させる．時刻 $t=0$ のとき $0\leqq x\leqq 6d$ の範囲にあり， 図 (a) の状態にあったパルスが，時刻 $t=\Delta t$ のとき 図 (b) の状態になったとする.（ただし，この図では，パルスの先端は描かれていない.）時刻 t のときのこのパルスの式とその範囲を書け．(*g



B2 右図のような弦の微小部分 AB についての運動方程式は，

$$\sigma\Delta x\frac{d^2Y}{dt^2}=S\sin(\theta+\Delta\theta)-S\sin\theta$$

となる．ただし，σ は線密度，Y は 弦の変位の x 軸に垂直方向の成分で，解の一つが $Y=Acos\omega\left(t-\dfrac{x}{c}\right)$ と表されることを使う．また，S は張力で図から Y 方向の成分は上式右辺のように表される．

(1) $\sin\theta\approx\theta\approx\tan\theta=-\dfrac{\omega}{c}Y$ の関係から，運動方程式の右辺が $-\left(\dfrac{\omega}{c}\right)^2Y\Delta x$ と表されることを示せ.

(2) 運動方程式より，弦を伝わる波の速さが $c=\sqrt{\dfrac{S}{\sigma}}$ となることを示せ.

B3 x 軸の正方向に v_{D} で動く観測者 D に対して x 軸と角 θ をなす向きに入射する平面波の式は，

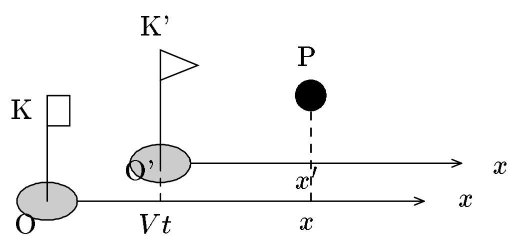
$$\psi=A\cos 2\pi\left(f_{\mathrm{S}}t-\frac{x\cos\theta+y\sin\theta}{c}\right)$$

で与えられる．座標変換 $x=x'+v_{\mathrm{D}}t, y=y'$ を適用し，この場合のドップラー効果タイプ 2 の振動数 f_{D2} を求めよ．(*h

B4 音源 S と観測者 D に対して角 θ をなす向きに，風速 w の風が吹く．風のないときの音速を c としたとき，音波の波面は S から D に向かってどのような速さで伝わるか．(*i

B5 K 系と，K 系に対して等速度 V で動く K' 系から観測した粒子 P の速度 $v=\dfrac{dx}{dt}$ と $v'=\dfrac{dx'}{dt}$ との間の速度の変換則は，相対論では，

$$v=\frac{v'+V}{1+\dfrac{v'V}{c^2}}$$



(*g **B1** の答：$X=\dfrac{d}{3}\sin 2\pi\left(\dfrac{t}{2\Delta t}-\dfrac{x}{8d}\right)$,$(\dfrac{4d}{\Delta t}t\leqq x\leqq\dfrac{4d}{\Delta t}t+6d)$

(*h **B3** の答：$f_{\mathrm{D2}}=f_{\mathrm{S}}\dfrac{c-v_{\mathrm{D}}\cos\theta}{c}$

(*i **B4** の答：c は風とともに動く座標から観測したときの速さ，つまり，地面を基準とした座標に対する相対速度であることを考慮してベクトル合成する．$-w\cos\theta+\sqrt{c^2-w^2\sin\theta}$

の式で与えられる．ただし，c は真空中の光速である．

(1) $v, v', V \ll c$ の近似をしたとき，非相対論の速度の変換則：$v = v' + V$ が導かれることを示せ．

(2) 相対論では，K 系から観測した光速も，K' 系から観測した光速も，ともに c となる．上の変換則から，$v' = c$ のとき，$v = c$ となることを示せ．

(3) 相対論によれば，粒子の速度は光速を超えない．上の変換則を用いて，$v' \leqq c, V \leqq c$ ならば，$v \leqq c$ であることを示せ．