

問 2 全電荷 Q の電荷が面積 S の十分薄い平板に一樣に分布する場合，この荷電平板が作り出す静電場を求めよ．ただし， S は十分広くて，端の影響は無視できるとする．(*g)

3-2 一樣な場

前項で見たように，1 粒子の作る場は，重力のときも，静電気力のときも「 r^{-2} 則」に従うものであったが，連続体の場合には場の重ね合わせのためにさまざまな力線の形が現れる．そのうち，場の値が，ある領域で位置によって変化しない，つまり，一樣となるような条件について考えよう．加えて，この節では，時間変化しない場合を考えているので，場は一定にもなる．

例 5 地球の作る重力場を **例 3** で見たが，領域を地表付近に限ると， $r \approx R$ となるから，

$$g(r) \approx -G \frac{M}{R^2} = -g = \text{const.}$$

となる．かくして，地表付近の質量 m の粒子に働く重力 f は，この領域内では，場所によらず，鉛直上向きを正と約束すると負で，重力加速度の大きさを g として，

$$f = -mg$$

が使えるのである．また，このとき地表は平面とみなせる（図 3.9）

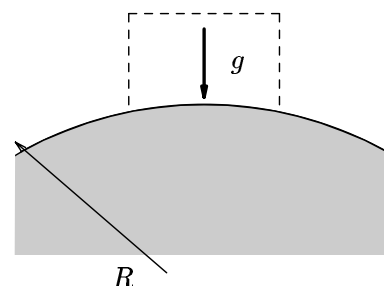


図 3.9: 一樣な重力場

例 6 十分広くて端の影響は無視できる 2 枚の平板を平行に，端をそろえて並べ，一方の平板に面密度 σ の電荷，他方の平板に面密度 $-\sigma$ の電荷を，それぞれ一樣に分布するように与えたときの，平板内外の電場を求めよう．

例 4 や **問 2** では「全電荷 Q 」を与えたが，ここでは「面密度 σ の電荷」などとしている．いろいろな量の大きさの程度について，この項では，もっと注意深く見て行こう思うからである．十分長い長さ l や，十分広い面積 S の記述は，本来， $l \rightarrow \infty$ ， $S \rightarrow \infty$ の取り扱いを許すものである．そうすると，電荷の線密度や面密度が有限な値をとるためには， $Q \rightarrow \infty$ としなければならない．分かり易さを優先して与えるとした全電荷 Q は，実際はここで問題にするには大き過ぎる与えることのできない量であったのである．

【1】 まず，図 3.10(a) のように，2 枚の平板の（有限な）面積 S の部分を切り取るような面を図の上下に持つ直方体の閉曲面をとって，ここに，ガウスの法則を適用しよう．

$$2S \times E_{\text{out}} = \frac{Q - Q}{\epsilon_0}$$

$$E_{\text{out}} = 0$$

つまり，平行平板の外側には（図 3.10(a) の上側にも，下側にも）電場は生じないことを示している．

【2】 次に，一方の平板，どちらをとっても求められるが，例えば，図 3.10(b) のように，静電荷が帯電した方の（有限の）電荷 $+Q$ を帯びた面積 S の平板の一部のみを平板の面積 S に等しい平板に平行な 2 面を持つ直方体でおおうと，この閉曲面内から発生する電気力線の本数は $N = \frac{Q}{\epsilon_0}$ となるが，

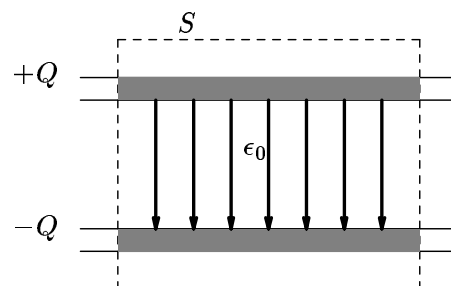
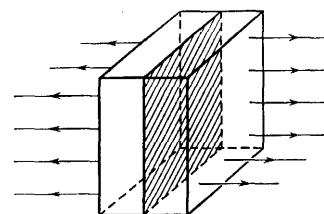


図 3.10: 2 枚の平板の場合 (a)



(*g) **問 2** の答: $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$. ただし， σ は電荷の面密度で， $\sigma = \frac{Q}{S}$

直方体の側面から出る力線は無視できるとし，ガウスの法則を適用すると，

$$S \times E_{\text{out}} + S \times E_{\text{in}} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

しかし，(1) で求めたように， $E_{\text{out}} = 0$ であるから，

$$S \times E_{\text{in}} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

ここで，電荷の面密度は $\sigma = \frac{Q}{S}$ の関係となるから，

$$E_{\text{in}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (2.5)$$

このような装置を平行板コンデンサ - と呼ぶ．コンデンサ - 図 3.11: 2 枚の平板の場合 (b) では，その内部のみに，一様な静電場ができています．

コンデンサ - 内の領域に入れた電荷 q の荷電粒子に働く静電気力 f は， x 軸を図 3.11 のようにとって，

$$f = -qE_{\text{in}}, \quad (E_{\text{in}} = \text{const.})$$

となる．ただし，正電荷 $q > 0$ のときは， $f < 0$ で，負電荷 $q < 0$ のときは， $f > 0$ となり，後者の場合は，静電気力の向きは電磁力線と逆向きである．

問 3 十分広くて端の影響は無視できる 2 枚の平板を平行に，端をそろえて並べ，両平板に等しい面密度 σ の電荷を，それぞれ一様に分布するように与えたときの，平板内外の電場を求めよ．(*h)

場のポテンシャル

I-2-1 で，力のポテンシャルを導いたので，その考えはほとんどそのままここで使える．すなわち，重力場は単位質量当たりの重力に相当するから「重力場のポテンシャル」は単位質量当たりの「重力のポテンシャル」であり，また，静電気場は単位電荷当たりの静電気力に相当するから「静電気場のポテンシャル」は単位電荷当たりの「静電気力のポテンシャル」である．同様に，I では「力のする仕事」を考えたが，ここでは「場のする仕事」を考える．

ただそれだけ，なのであるが，この考え方の中には，かなり重要な物理的内容が含まれているので，やや詳しく見て行こう．まず，

「重力場と静電場の任意の閉曲線に沿って一周する仕事は 0 である．」

いろいろな例で，このことが成り立つことを見て行こう．

例 6 **例 5** のような，電荷 $\pm Q$ をそれぞれに帯電させた平行平板内の一様な静電場 E の大きさを E とおく．図 3.13 のように座標 $O-xy$ を選ぶ．平板間で $A(x_1, y_1) \rightarrow B(x_2, y_1) \rightarrow C(x_2, y_2) \rightarrow D(x_1, y_2) \rightarrow A(x_1, y_1)$ の径路を一周する静電場の仕事を求めてみる．電場 E の向きは $-x$ 軸方向だから，径路 $B \rightarrow C$ ， $D \rightarrow A$ では E の向きが径路に垂直で仕事をしないことから，確かに，

$$-E(x_2 - x_1) + 0 - E(x_1 - x_2) = \underline{0}$$

となる．

(*h) **問 3** の答：(1) 平板外： $E_{\text{out}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ ．(2) 平板内： $E_{\text{in}} = 0$

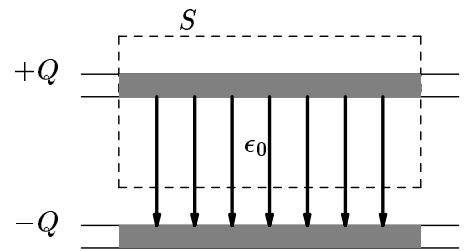


図 3.11: 2 枚の平板の場合 (b)

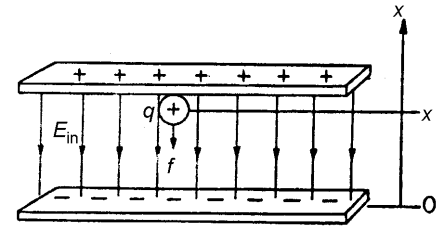
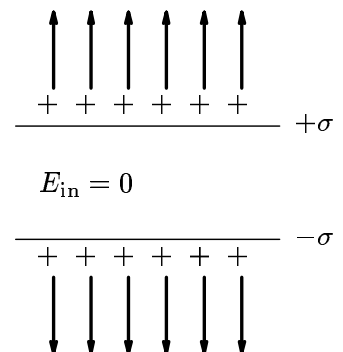


図 3.12: 一様な静電気力



問 4 一様な重力場とみなせる領域で，地面上の 1 点を原点 O とし，鉛直上向きに x 軸，地面に沿ったある水平方向を y 軸としたとき， $A(x_1, y_1) \rightarrow B(x_2, y_1) \rightarrow C(x_2, y_2) \rightarrow D(x_1, y_2) \rightarrow A(x_1, y_1)$ の径路を一周する重力場の仕事を求めよ．ただし，重力加速度の大きさを g とする．^{(*)i}

例 7 原点 O に電荷 Q の粒子がある場合，

$A(x_1, y_1) \rightarrow B(x_2, y_1) \rightarrow C(x_2, y_2) \rightarrow D(x_1, y_2) \rightarrow A(x_1, y_1)$ の径路を一周する静電場の仕事を求めよう．

任意の点 $P(x, y)$ における静電場の x 成分を E_x ， y 成分を E_y ，電場の大きさを E とおくととき，図 3.14 より，

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \sin \theta = \frac{y}{r}$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

$$(E_x, E_y) = (E \cos \theta, E \sin \theta) = \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{r^3}, \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{y}{r^3} \right)$$

のように，計算の準備ができるが，実は，複雑な関数関係は，ここでは必要ない．

一周する仕事は，積分公式： $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$ を用いれば，

$$\int_{x_1}^{x_2} E_x dx + \int_{y_1}^{y_2} E_y dy + \int_{x_2}^{x_1} E_x dx + \int_{y_2}^{y_1} E_y dy = 0$$

問 5 原点 O に質量 M の粒子がある場合，極座標 (r, θ) で指定された $A(r_1, 0) \rightarrow B(r_2, 0) \rightarrow C(r_2, \theta) \rightarrow D(r_1, \theta) \rightarrow A(r_1, 0)$ の径路を一周する重力場の仕事を求めよ．^{(*)j}

一般に， $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ の一周する径路について，場の仕事は 0 であるということをも，図 3.16 のように，径路 $A \rightarrow B \rightarrow C$ と，径路 $C \rightarrow D \rightarrow A$ に分けて，2 つの仕事の和で

$$W_{A \rightarrow B \rightarrow C} + W_{C \rightarrow D \rightarrow A} = 0$$

と表してみる．**例 7** で見たように，径路の向きを逆転すれば，仕事の符号が変わるから，

$$W_{C \rightarrow D \rightarrow A} = -W_{A \rightarrow D \rightarrow C}$$

2 つの式より，

$$W_{A \rightarrow B \rightarrow C} = -W_{C \rightarrow D \rightarrow A} = W_{A \rightarrow D \rightarrow C}$$

この結果は，径路 $A \rightarrow C$ についての場の仕事は，途中に B 点を通る径路をたどろうと，途中に D 点を通る径路をたどろうと，その値は変わらない．ここからの話は，

^{(*)i} **問 4** の答：0

^{(*)j} **問 5** の答：0

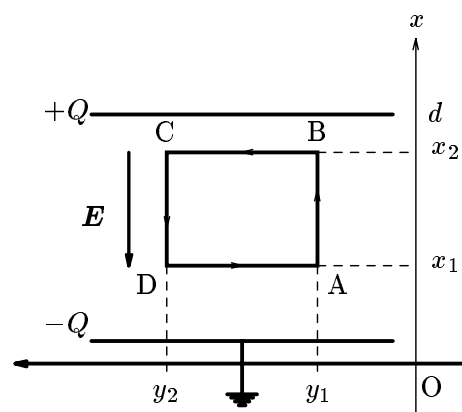


図 3.13: 極板内で一周する仕事

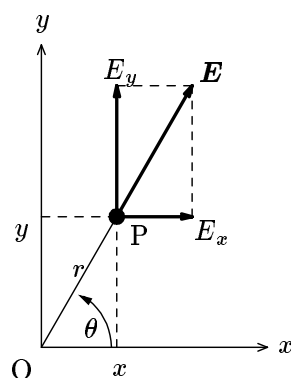


図 3.14: 電場の成分

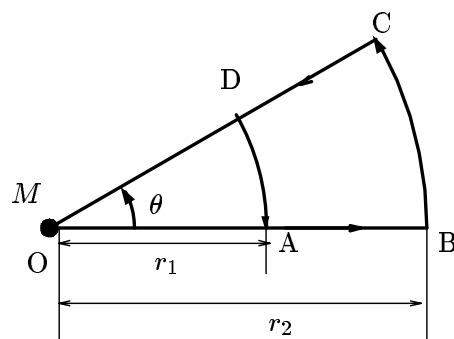


図 3.15: 重力場で一周する仕事

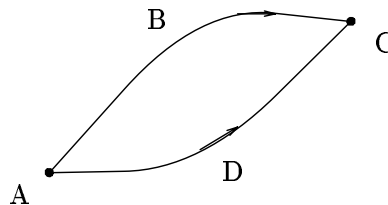


図 3.16: 場で一周する仕事

出発点を A 点，終点を B 点としよう．結論として，A 点から B 点までの場の仕事は，途中の径路によらない． $W_{A \rightarrow B}$ は，2 点 A, B のみの関数であり，A 点および B 点の場の特性のみから定まることが分かる．このような場の特性を場のポテンシャルと呼ぶ．すなわち，位置ベクトル \boldsymbol{r} で指定される点 $P(\boldsymbol{r})$ の場のポテンシャル $\phi(\boldsymbol{r})$ （これを略記するときは， $\phi(\boldsymbol{r}) = \phi_P$ と表すことにする．）は， $\phi(\boldsymbol{r}_S) = 0$ となるような基準点 $S(\boldsymbol{r}_S)$ を定めて，

$$\phi_P = W_{P \rightarrow S}$$

と定義する．このように約束しておくこと， $A \rightarrow B$ 間の場の仕事は，

$$W_{A \rightarrow B} = W_{A \rightarrow S} + W_{S \rightarrow B} = W_{A \rightarrow S} - W_{B \rightarrow S} = \phi_A - \phi_B$$

となって，確かに A, B のみの関数で表現されるようになった．ここで， $A \rightarrow B$ におけるある量の変化というときには，普通， $\phi_B - \phi_A$ を表すものであるが，この定義では， $W_{A \rightarrow B}$ が逆の差 $\phi_A - \phi_B$ に等置されていることに注意せよ．

静電場のポテンシャルのことを，特に，電位と呼ぶ．以下のこの項での議論は，重力場についても同形式の考察ができるのであるが，静電場の場合に限って述べて行く．

十分短い径路 $A \rightarrow B$ についての，すなわち，A 点と B 点が極めて近い場合の，静電場の仕事は，電場ベクトルを \boldsymbol{E} ，微小変位ベクトルを $\Delta \boldsymbol{r}$ として，そのスカラ - 積^(**k) $\boldsymbol{E} \cdot \Delta \boldsymbol{r}$ で与えられる．一方，場のポテンシャル，今の場合，電位，は，AB 間に特異な点はないとすれば，極めて近い値となるから，A 点の電位 ϕ_A に対して，B 点の電位は微小量 $\Delta \phi$ しか変化しない．

$$\phi_B = \phi_A + \Delta \phi, \quad \phi_A - \phi_B = -\Delta \phi$$

したがって，微小量の関係として，

$$\boldsymbol{E} \cdot \Delta \boldsymbol{r} = -\Delta \phi$$

を得る．代数構造 I-3-2 で習ったように，変位の大きさ $|\Delta \boldsymbol{r}| = \Delta l$ と Δl に沿った \boldsymbol{E} の成分 E_l を用いると，

$$\boldsymbol{E} \cdot \Delta \boldsymbol{r} = E_l \Delta l$$

と表されるから，

$$E_l \Delta l = -\Delta \phi$$

この関係より，

$$E_l = - \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta \phi}{\Delta l} = - \frac{d\phi}{dl} \quad (3.6)$$

もちろん，その逆演算の関係を定積分で表した式：

$$\phi_A = - \int_S^A E_l dl = \left(\int_A^S E_l dl \right) \quad (3.7)$$

(**k) 数学の方も，スカラ - 積，ベクトル積に統一することにする．

静電場についてのポテンシャルの定義そのものである．定積分といえば， $\int_a^b f(x)dx$ において x は直線である x 軸上の点であるが，上の定積分における l は直線上の点には対応していない．しかし，1 変数 l に対して E_l が l の関数となっていれば，計算は実行できるので，何ら問題はない．

その際， S, A と表した定積分の上下限は，これらの点を表示する変数 l のある値と解釈する．
例 8 原点 O に電荷 Q の粒子がある **例 2** で静電場を求めた例について，電位を求めてみよう．
問 5 で見たように，極座標の r 方向以外の径路については，仕事の計算に寄与しないから，1 変数 r のみの計算が可能となる．基準点は後に定めるとして， $r = r_S$ とおこう．**例 2** の答より，

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

であるから，

$$\phi(r) = - \int_{r_S}^r E(r) dr = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_S}^r r^{-2} dr$$

積分公式より， $\int r^{-2} dr = -r^{-1} + (\text{積分定数})$ となるから，

$$\phi(r) = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[-r^{-1} \right]_{r_S}^r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_S}$$

となる．最右辺の第 2 項が 0 となるような基準点は $r_S \rightarrow \infty$ である．物理的には，静電場 $E(r) \approx 0$ ，つまり，無視できる程十分遠方という意味である．結論として，原点 O に位置する電荷 Q の粒子の作る電位は，無限遠を基準として，

$$\phi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} \tag{3.8}$$

となる．この式は，正電荷 $Q > 0$ の場合も，負電荷 $Q < 0$ の場合も成り立つ．

静電場 $E(r)$ について，

$$E(r) = - \frac{d\phi}{dr}$$

が成り立っているから，以上の計算を逆算して確かめてみよう．

$$- \frac{d\phi}{dr} = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d}{dr} r^{-1} = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} (-r^{-2}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

問 6 **例 1** の場合の重力場のポテンシャルの計算の基となる積分式を示し，重力場のポテンシャル $\phi(r)$ を求めよ．また， $\phi(r)$ の値を知った上で，重力場 $g(r)$ を求めよ．^(*)

例 9 **例 5**，**例 6** で取り扱った一様な静電場についての電位を求めよう．負電荷 $-Q$ が帯電する平板，すなわち，座標の指定を **例 6** のままとして， $x = 0$ を電位の基準点とする．図 15 で説明なしに付けておいた記号 \perp は，電位 0 を示し，この平板を「ア・スする」と言う．平板の間隔を d とおく．これも，図 3. の x 軸に付されている．

例 6 で見たように， y 方向の変位は仕事に寄与しないから，電位は x のみの関数である．

$$(1) x < 0 \text{ のとき } \phi(x) = -E_{\text{out}} x = \underline{\underline{0}}$$

$$(*) \text{ **問 7** の答: } \phi(r) = -G \frac{M}{r}, \quad g(r) = -G \frac{M}{r^2}$$

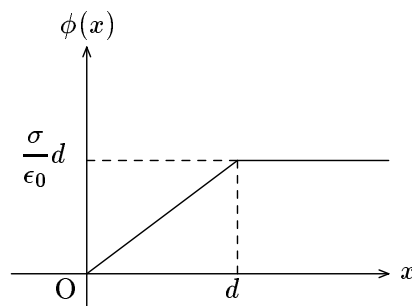


図 3.17: 平行板の内外の電位

$$(2) 0 \leq x \leq d \text{ のとき } \phi(x) = -E_{\text{in}}x = +\frac{\sigma}{\epsilon_0}x$$

ただし, σ は電荷の面密度であった.

$$(3) x > d \text{ のとき } \phi(x) = -E_{\text{in}}d - E_{\text{out}}(x - d) = +\frac{\sigma}{\epsilon_0}d$$

x と $\phi(x)$ の関係を示すグラフは, 図 3.17 に示す.

問 7 問 2 の場合の平板の作る電位をグラフに描け. ただし, 平板はア - スされている. (*m)

等ポテンシャル面

例 9 や 問 6 のような一様な場のポテンシャルであれば, 関数形も簡単で, 横軸 x のみのグラフに描けるが, 場のポテンシャルは一般に空間 3 次元, (x, y, z) の関数であり, 関数形もあまり単純ではなくなる. このような場合のポテンシャルの変化を図で表示する方法としては, 一つには, 複雑な地形を「等高線」を用いて地図に表すという例が参考になる. 図 3.18 の地図では 20 m ごとの等高線によって地形が示されている. 等高線が密な所は急な斜面, 疎な所はなだらかな斜面で, 地図をよく使っている人には地形が想像できるのである. 別の例としては, 図 3.19 のような天気図における「等圧線」がある. 図では 20 hPa (= 10^2 N/m^2) ごとに等圧線が描かれていて, この図の例のような急激な気圧の低下する気団の様子分かる. 等高線は地面という 2 次元平面に対する標高を示す. 等圧線は

気圧変化のある断面を示している訳で, 上空, 低空を合わせれば等しい気圧の所は閉曲面をなしているのので, その全体の様子を表すには立体図中の「等圧面」によって示す必要がある.

場のポテンシャル ϕ が一般に (x, y, z) の関数であるから, むしろ後の例に似ていて等圧面に対応する等しいポテンシャルの所をつないだものは, 空間上で閉曲面をなす. これを等ポテンシャル面と呼ぶ. また, 静電場の等ポテンシャル面は特に等電位面と言う.

この表示法によって今までやや捕らえどころのなかった場の様子が, 具体性を帯びて来るはずである. 以下では, まず等高線と同様に平面

図に表せる場合, すなわち, 等ポテンシャル面のある断面である等ポテンシャル線を考えて行こう.



図 3.18: 等高線の例

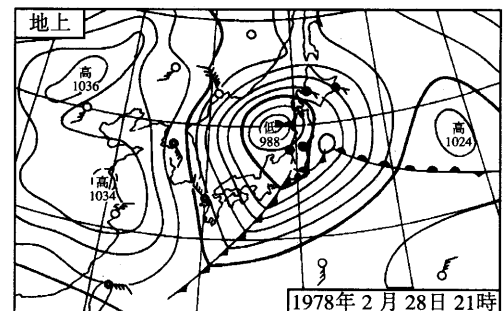


図 3.19: 等圧線の例

(*m) 問 7 の答: 略.

場のポテンシャルの高低をいわば地形図のように取り扱って、 $z = \text{const.}$ の xy 平面を碁盤の目状のネットとして示してみよう。場のポテンシャルに全く変化がないときは、図 3.20 のように空間は凹凸の歪みはなく、平らである。ここでは、このネットを上下に伸ばす山の高さや谷の深さに相当するものが、 $\phi = 0$ の基準点をこの図 3.20 の平面にとったポテンシャルの高低であることに注意しよう。この単元の主題である「場」についてエネルギー - に関係した表示をした場合、空間の各点の実際に目に見える何かの強弱、高低ではなく、観測はできるが直接は見ることのできない、強弱、高低を考慮することになるのである。時間変化のない場のポテンシャルを考えた場合、図 3.20 の状態が空間に粒子が全くない状態である。この空間のある位置に質量 M の粒子が置かれたときのポテンシャルの様子は、たとえば言えば、重い岩石が平らな地面を深く凹ますのにも似て、重力場を形成するために粒子がこのネットを無限に深いところまで押し下げたと考えられる。^{*}何故ならば、1 粒子のつくる重力場のポテンシャルは問 6 で見たように、

$$\phi = -G \frac{M}{r}$$

の形で与えられるから、ネットは図 3.21 のように中心 $r = 0$ から同じ距離 r だけ離れた点はどこも r^{-1} の比例する同じ傾斜を持つ谷となる。

しかし、ここまでは地形図に相当するものそのものの説明である。これを等高線に相当するものに直す作図は図 3.22 のようにすればよい。結果として、1 粒子のつくる重力場の等ポテンシャル線は粒子を中心とした同心円となる。

例 8 (3.7) で求めたように、電荷 Q の粒子のつくる静電場のポテンシャル、すなわち、電位は

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

となっているから、負電荷 $Q < 0$ の場合であれば、電位の地形図（に相当するもの）は、定数の違いだけで、図 3.21 と同じ形となる。反対に、静電荷 $Q > 0$ の場合であれば、図 3.23 のように、ネットは下から上へ持ち上げられ、 r^{-1} の比例する傾斜を持つ無限に高い山となる。したがって、これに対応する静電場の等ポテンシャル線、すなわち、等電位線は、見かけは図 3.23 と同じ同心円をなすが、電位の高さは中心へ行くほど高い。等電位線を破線で示したものが、図 3.23 (a) $Q > 0$ (b) $Q < 0$ である。

さらにこれらの図には、この章の出発点で取り上げた場の表示のもう一つの表現である力線、この場合には電気力線を矢印付きの実線で描き加えてある。先に求めたように、電場と電位の関係は

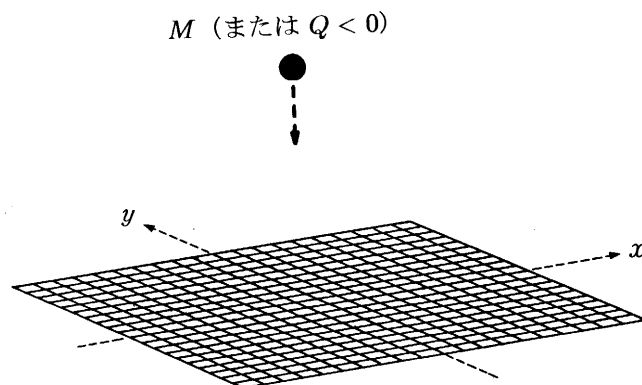


図 3.20: 何も無い場合

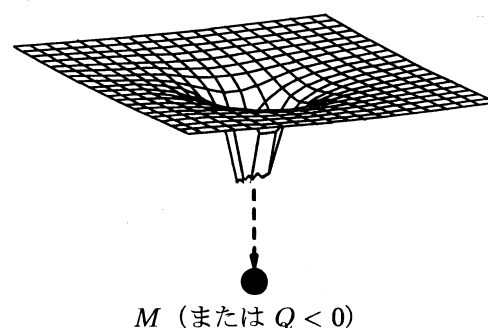


図 3.21: $-r^{-1}$ ポテンシャル

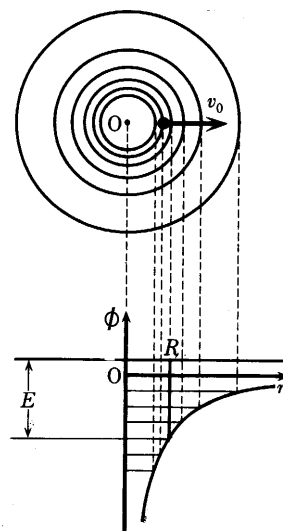


図 3.22: ポテンシャルの作図

^{*}粒子でなく大きさのある物体であれば、無限に深くはない。

$$E = -\frac{d\phi}{dr}$$

であり、「等電位線と電気力線は垂直に交わる。」このことは、1 荷電粒子の場合に限らず、一般に言えることである。さて、ここまで説明して来た力の場の構造やこれを示す表記法を、よりしばしば使うのは静電場の場合であるので、ここからの考察はもっぱら静電場のみを取り上げよう。

例 9 $O-xy$ 座標上の 2 点 $A(a, 0)$, $B(-a, 0)$ にそれぞれ $+Q$, $-Q$ ($Q > 0$) の荷電粒子が固定されている場合の、等電位線と電気力線を求めてみよう。

まず、電位の地形図(に相当するもの)は、図 3.25 のようになることは今までの説明で予想できるであろう。図 3.24 (a) (b) のような地形が、それぞれ、 A 点、 B 点を発散する点として、重ね合わさったものである。重ね合わせの原理は、力の場のみならず、場のポテンシャル(電位)についても成り立つ。

y 軸上の電位 $\phi(0, y)$ は、

$$\phi(0, y) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{Q}{\sqrt{y^2 + a^2}} + \frac{(-Q)}{\sqrt{y^2 + a^2}} \right\} = 0$$

つまり、 $\phi = 0$ の等電位線は y 軸そのもの ($x = 0$) である。ここが y 軸より右の領域 ($x > 0$) では、 $\phi > 0$ 、左の領域 ($x < 0$) では、 $\phi < 0$ となることも分かる。

次に、 x 軸上の電位 $\phi(x, 0)$ で $x > a$ の場合には、

$$\phi(x, 0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{Q}{x-a} + \frac{(-Q)}{x+a} \right\} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2a}{x^2 - a^2}$$

同様にして、 $x < -a$ の場合には、対称性から、

$$\phi(x, 0) = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2a}{x^2 - a^2}$$

と分かるであろう。

さらに、 $|x| < a$ の場合には、

$$|x - a| = a - x, \quad |x + a| = x + a$$

であることに注意して、

$$\phi(x, 0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{Q}{a-x} + \frac{(-Q)}{x+a} \right\} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{2x}{a^2 - x^2}$$

x 軸上の電位の様子は、

$$\phi_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{|x-a|}, \quad \phi_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{|x+a|}$$

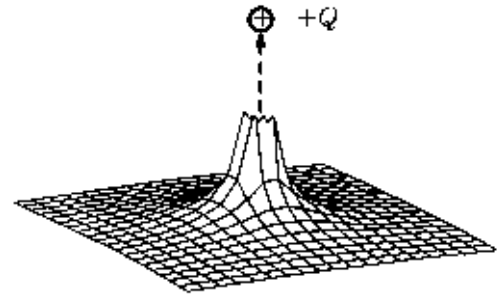
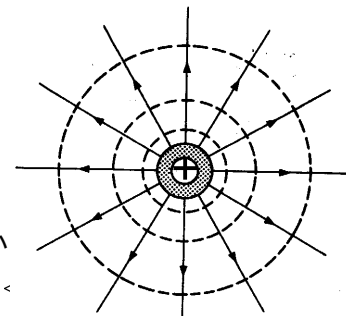
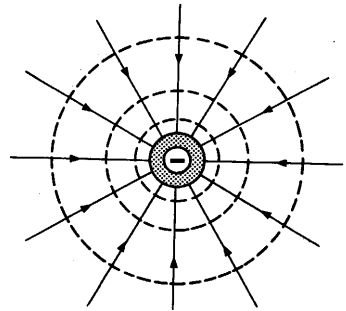


図 3.23: $+r^{-1}$ ポテンシャル



(a)



(b)

図 3.24: 等電位線と電気力線

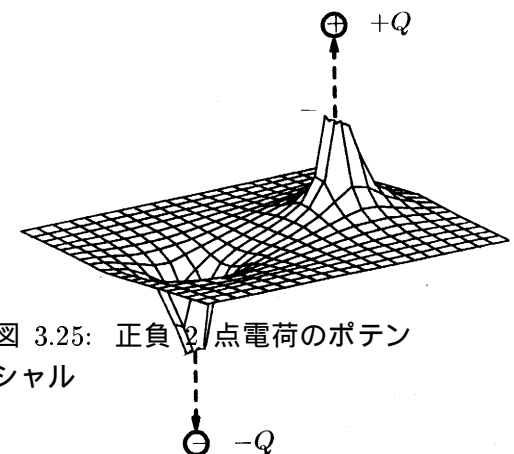
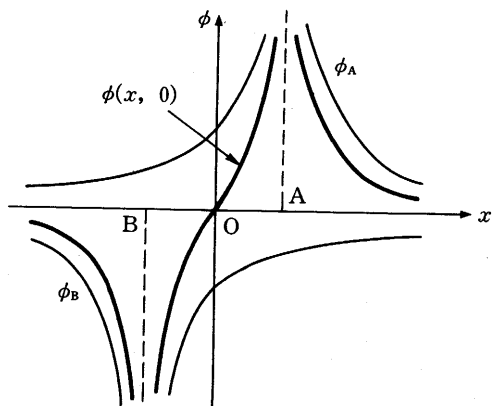


図 3.25: 正負 2 点電荷のポテンシャル

図 3.26: x 軸上のポテンシャルの重ね合せ

とにおいて, 図 3.26 のようにグラフ上で, $\phi(x, 0) = \phi_A + \phi_B$ を実行すれば分かる. これらを参考に, 全体の等電位線の図の概略を描くと, 図 3.27 のようになる. 電気力線はこれに垂直に描くのだが, 分かりにくいので別に, 図 3.28 にあげておく.

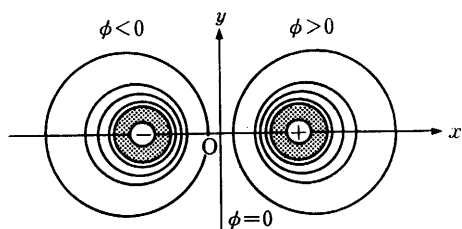


図 3.27 正負 2 点電荷の等電位線

問 8 図 3.29 の地形図のように, $O-xy$ 座標上の 2 点 $A(a, 0)$, $B(-a, 0)$ にそれぞれ $+Q$ ($Q > 0$) の荷電粒子が固定されている場合の, 等電位線と電気力線を求めよ.

問 8 の答: 図 3.29 に等電位線, 図 3.30 に電気力線をあげておく.

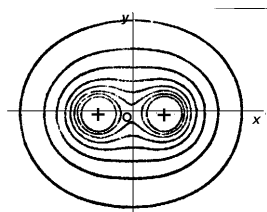


図 3.29 正 2 点電荷の等電位線

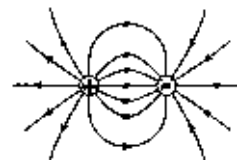


図 3.28: 正負 2 点電荷の電気力線

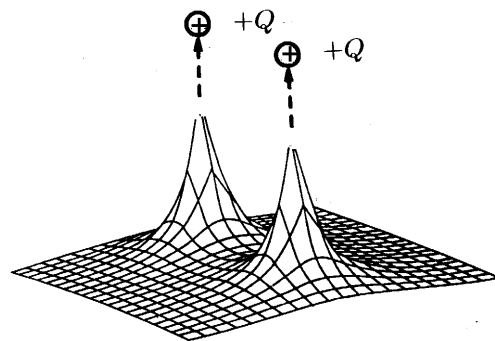


図 3.29: 正負 2 点電荷のポテンシャル

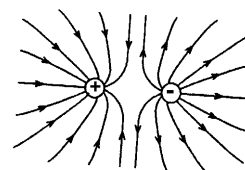


図 3.30: 正 2 点電荷の電気力線

電場に関する循環の法則

静電場を特徴づける基礎的な法則が「電場の関するガウスの法則」であることは、既に習った。しかし調べて行くうちに、この法則だけで静電場の性質を完全にあげたことにはならないことも少し分かって来た。静電場を特徴づけるもう一つの基礎的な法則は、場のポテンシャルを導入した頂の初めに述べたように、「径路を一周する場の仕事は 0 である。」ことに関連する。話を静電場に限ったとき、この内容を「電場に関する循環の法則」と呼ぶ。^(*) また、このことと関連して (3.7) 式の、 S 点を基準とした A 点の電位は

$$\phi_A = - \int_S^A E_l dl$$

のように、径路 l に沿った積分で定義された。その際「径路 l に沿った積分」の意味を説明したが、ここでは、同じように考えた「径路 l に沿って一周する積分」の記号 \oint を導入して「電場に関する循環の法則」を、

$$\oint E_l dl = 0 \quad (3.9)$$

と式で表しておく。

さらに、同じことを、電位 ϕ を用いて表現する。2 点 $A \rightarrow B$ 間の場の仕事は $\phi_A - \phi_B$ と表されるから、点 A, B, C, \dots, X を考えたとき、 A 点を出発して A 点に戻るような一周する径路 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow \dots, X \rightarrow A$ に沿った静電場の仕事 \oint が 0 だということは、

$$(\phi_A - \phi_B) + (\phi_B - \phi_C) + \dots + (\phi_X - \phi_A) = 0$$

と表される。特に、この径路が導線と抵抗体等の素子からなる回路網の一つの閉じた径路である場合には、この式を「回路方程式」と呼ぶ。

[参考]

回路方程式を具体的に取り扱い扱う問題は、単元 III-2. 物質の電磁氣的構造 で詳しく習うことになるのであるが、ここで、注意しておきたいことは、電場に関する循環の法則が成り立ち、電位が定義できるのは、あくまでも静電場についてのみであり、もし、閉じた回路のどこかに、静電場で表せない部分が含まれていた場合には、

$$\oint E_l dl \neq 0$$

となる。そして、この 0 でない積分の値を「起電力」と呼ぶ。すなわち、こういう場合、起電力を V_E とおくと、

$$V_E = \oint E_l dl \quad (3.10)$$

と表される。回路問題において、具体的に起電力を生じるものは、電池等の電源である。電池の起電力については、化学の単元 X で詳しく習うことになるが、電池内部では化学作用を利用して、静電場の低電位の部分から高電位の部分へ充電的な仕事がされる。起電力 V_E の電源の入った場合の「回路方程式」は

$$(\phi_A - \phi_B) + (\phi_B - \phi_C) + \dots + (\phi_X - \phi_A) = V_E$$

となる。

^(*)法側名を統一させるためには、ガウスの法則を「湧き出し・吸い込みの法則」とするべきかも知れないが、後者は次の章で拡張されて「ファラデーの法則」となる。暫定的な呼び名である。