トレーニング B

B1 2つの波の複素数表示

$$\Psi_1 = A_1(cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$$

$$\Psi_2 = A_2(cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$$

を用いると，合成波はガウス平面でベクトル合成で表されることを使って，合成波の振幅 B および位相 ϕ を求めよ．*

B2 右図のように一直線上に等間隔 d で並んでいる A，O，B の点から，振幅，振動数，初期位相，偏りがともに等しい電磁波が放射されているとする．図に示すように $\overline{\mathrm{AB}}$ に垂直な方向に対して角 θ をなす方向の十分遠方の点 P における電磁波の干渉の様子を観測する．縦軸に電磁波の強度 I，横軸に $\sin\theta$ をとったグラフの概形を描け．†

B3 P-43 例 5 の問題を，もっと詳しく見て行こう．図 2.17 の C 点から出て P 点に達した素元波は距離が遠いので，ほぼ平面波になっているとし，その振幅を $\dfrac{A}{N},(A = \mathrm{const.})$ と見積もると，

$$\psi_0 = \frac{A}{N}\cos\phi, \phi = 2\pi\left(ft - \frac{r}{\lambda}\right)$$

ただし $\overline{\mathrm{CP}}$ とするスリット幅 a を N 等分した位置，図 2.17 の C 点から A 点方向への距離：$m\dfrac{a}{N},(m = 0,1,2,\cdots,N-1)$ のところから出た素元渡の P 点までの距離は $r + m\dfrac{a}{N}\sin\theta$ となるから，各点から P 点に達した素元波は,

$$\psi_m = \frac{A}{N}\cos(\phi + m\delta), \delta = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{a}{N}\sin\theta$$

となり，P 点に到達する波 Ψ は素元波を合成して，$\Phi = \displaystyle\sum_{m=0}^{N-1}\phi_m$ と表される．計算の途中で必要となる 3 角関数の公式：

$$2\cos(\phi + m\delta)\sin\frac{\delta}{2} = \sin\left\{\phi + \left(m + \frac{1}{2}\right)\delta\right\} - sin\left\{\phi + \left(m - \frac{1}{2}\right)\delta\right\}$$

---

* B1 の答：$B = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\theta_1 - \theta_2)}, \tan\theta = \dfrac{A_1\sin\theta_1 + A_2\sin\theta_2}{A_1\cos\theta_1 + A_2\cos\theta_2}$

† B3 の答：$I = \dfrac{1}{2}E_0^2\left\{1 + 2\cos\dfrac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta\right\}^2$ のグラフ．

$$2\sin\left\{\phi+\left(N-\frac{1}{2}\right)\delta\right\}-sin\left(\phi-\frac{\delta}{2}\right)=2\sin\frac{N\delta}{2}\cos\left\{\phi+(N-1)\frac{\delta}{2}\right\}$$

$$\lim_{\alpha\to\infty}\frac{\sin\alpha}{\alpha}=1$$

を用いて，P 点での波の強度が

$$I(\theta)=\frac{1}{2}\left(\frac{A\sin\dfrac{\pi a}{\lambda}\sin\theta}{\dfrac{\pi}{\lambda}\sin\theta}\right)^2$$

と，θ の関数で表されることを示せ.

B4 密度と位相速度が，それぞれ，ρ_1,c_1 と ρ_2,c_2 の媒質が $x=0$ の境界面で接しているとき,

この面に垂直に伝わる入射波：ψ_{i}；反射波：ψ_{r}，透過波：ψ_{t} の間に成り立つ境界条件は,

$$[\psi\mathrm{i}+\psi_{\mathrm{r}}]_{x=0}=[\psi_{\mathrm{t}}]_{x=0}$$

となる．さらに，境界面におけるエネルギーの流れが保存する条件より，角振動数 ω ，入射波，反

射波，透過波の振幅を，それぞれ，A,R,T とおき，(1.9) 式を用いると,

$$\frac{1}{2}\rho_1\omega^2c_1A^2=\frac{1}{2}\rho_1\omega^2c_1R^2+\frac{1}{2}\rho_2\omega^2c_2T^2$$

が成り立つ.

(1) $\dfrac{R}{A}$,$\dfrac{T}{A}$ を求めよ.

(2) $\rho2c_2\gg\rho_1c_1$ が成り立っとき，点対称反射条件が成り立ち，$\rho2c_2\ll\rho_1c_1$ が成り立つとき,

線対称反射条件が成り立つことを示せ．‡

B5 下図に示すょうに，境界面が半径 R の球面となっている屈折率 n_1,n_2 の 2 つの媒質があ

る．境界面を原点 O とし，球の中心 C を通る直線を x 軸とし，これに垂直に y 軸を選ぶ. x 軸

上の A 点，座標 $(-a,0)$ を点光源とし，その像の位置を B 点，座標 $(b,0)$ とおく．考える光線

は x 軸からあまり離れないもののみを取り扱う.

(1) 球面屈折の公式:

$$\frac{n_1}{a}+\frac{n_2}{b}=\frac{n_2-n_1}{R} \tag{2.27}$$

‡ B4 の答：(1) $\dfrac{R}{A}=\dfrac{|\rho1c_1-\rho2c_2|}{\rho1c_1-\rho2c_2}$,$\dfrac{T}{A}=\dfrac{2\rho1c_1}{\rho1c_1-\rho2c_2}$

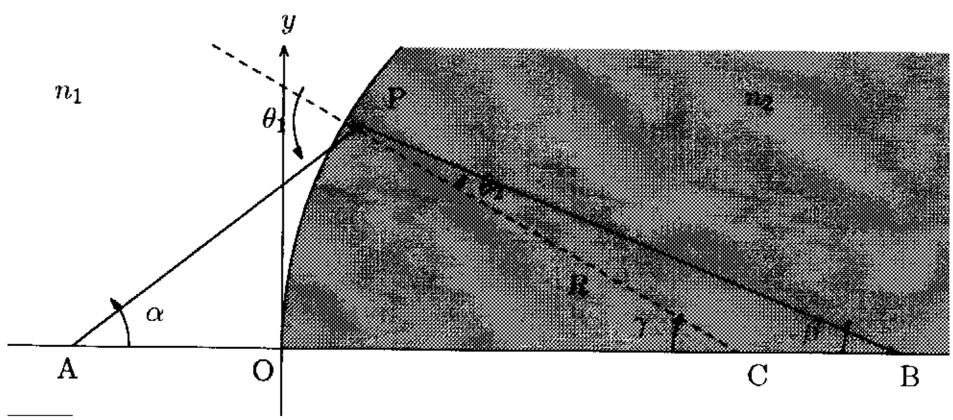
を導け．

(2) (2.19) 式を用いて，薄いレンズの公式：

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f} \tag{2.28}$$

を導け．ただし，空気の屈折率は 1，レンズの屈折率は n とし，レンズはいずれも $-x$ 軸向きに

凸の半径 R_1,R_2,($R_1 < R_2$) の球面からなっているとする．このとき焦点距離 f を求めよ．§



§ $\boxed{\text{B5}}$の答: (2) $f=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$