トレーニング

1 (1) a, b を有理数とするとき,

$$a \cdot 2^{\frac{1}{2}} + b \cdot 3^{\frac{1}{2}} = 0 \Longrightarrow a = b = 0$$

を証明せよ.（このことは, $3^{\frac{1}{2}}$ を $2^{\frac{1}{2}}$ の有理数の積で表すことはできないことを示している.）

(2) a, b を有理数とするとき,

$$a \cdot 2^{\frac{1}{2}} + b \cdot 2^{\frac{1}{3}} = 0 \Longrightarrow a = b = 0$$

を証明せよ.（同様に, $2^{\frac{1}{2}}$ と $2^{\frac{1}{3}}$ は独立.）*

2 (1) 2 つの線分の長さを a, b とするとき, $\dfrac{a}{b}$ の長さの線分を作図せよ.†

(2) $2^{\frac{1}{2}}$ の作図法は, IB の「はじめに」のところで紹介したが, これを用いて $-5+2^{\frac{1}{2}}$ を作図せよ. また, (1) の作図法も組み合わせて, $\dfrac{1+2^{\frac{1}{2}}}{3+2\cdot 2^{\frac{1}{2}}}$ を作図し, 両者が一致することを図で確かめよ.（これは, 分母の有理化の計算に対応.）

(3) $1+2^{\frac{1}{2}}$ を作図せよ. また, (1) の作図法を 2 度使って, $\left(3+2\cdot 2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$ を作図し, 両者が一致することを図で確かめよ.（これは, 2 重根号の計算に対応.）

---

* $\boxed{1}$ の答：いずれも, $2^{\frac{1}{2}}, 3^{\frac{1}{2}}, 2^{\frac{1}{3}}$ が無理数であることを用いる.

† $\boxed{2}$ (1) の答：$\angle \mathrm{AOB} \neq 0$ において, OA$=a$, OB$=b$ とし, $\overline{\mathrm{OB}}$ 上に長さ 1 の線分 OC を作る. 点 C から, AB に平行な直線を引き, OA との交点を P とすると, OP$=\dfrac{a}{b}$ となる. (2), (3) の答略.